

## Samenvatting in het Nederlands

Dit proefschrift bestaat uit twee onafhankelijke delen. Het eerste deel (hoofdstuk 1–5) is gewijd aan infinitesimale deformatietheorie en toepassingen op  $p$ -deelbare groepen.

De moduli-ruimtes van  $p$ -deelbare groepen met een PEL-type structuur zijn recent sterk in de belangstelling gekomen. Een reden hiervoor is dat men op zoek is naar goede modellen voor Shimura-variëteiten. Een andere reden is dat ze kunnen helpen een beter begrip te verkrijgen van de moduli van abelse variëteiten. Het eerste deel van dit proefschrift probeert iets toe te voegen aan de kennis van de structuur van deze moduli-ruimtes. Ze zijn vaak zeer singulier en deze singulariteiten zijn in specifieke gevallen bestudeerd.

Een van de problemen in het bestuderen van deze moduli-ruimtes is het ontbreken van een deformatietheorie van  $p$ -deelbare groepen die algemeen genoeg is om over een willekeurige basisruimte te werken en tegelijkertijd eenvoudig genoeg is om berekeningen uit te kunnen voeren. Een mogelijke oplossing hiervoor zou zijn om de zogenaamde lokale modellen te gebruiken. Het idee is dan om, étale-lokaal, een niet-canoniek isomorfisme te vinden tussen de moduli-ruimte waar men in geïnteresseerd is en een moduli-ruimte van een lineair algebraïsch probleem. Onder andere Deligne en Pappas, de Jong en Rapoport en Zink hebben dit idee gebruikt in bepaalde gevallen van een PEL-type structuur moduli-ruimtes. Het algemene idee is dat zo'n isomorfisme wordt verondersteld te bestaan wanneer de deformatiedata rigide is op de Dieudonné-modulen. We zullen dit idee preciezer formuleren en een bewijs geven van het bestaan van dit isomorfisme.

Een van de moduli-ruimtes waar ons resultaat op van toepassing is, is die van een  $p$ -deelbare groep  $G$  met een werking van een maximale order  $\mathcal{O}$ . In dit geval laten we zien dat de corresponderende modulifunctie formeel glad is over de deformatiefunctie van de raakruimtevoorstelling  $\rho_\tau$  van  $\mathcal{O}$  op  $G$ . Dus een noodzakelijke en voldoende voorwaarde om  $(G, \mathcal{O})$  te kunnen deformeren is dat men  $\rho_\tau$  kan deformeren. Dit verklaart de rol van de raakruimtevoorstelling in de studie van Kottwitz, Pappas en anderen naar de platheid van lokale modellen.

De indeling van dit deel van het proefschrift is als volgt. In hoofdstuk 1 wordt de algemene infinitesimale deformatietheorie behandeld. Wij geven de basisresultaten van de theorie, bewijzen een stelling die formele gladde uitbreidingen vergelijkt en bespreken quotiëntfunctoren. In hoofdstuk 2 en 3 geven wij de voorbereidingen voor de hoofdresultaten in hoofdstuk 4, waar wij de isomorfiebewijzen voor de PEL-type moduli-problemen. We passen die toe op het bovengenoemde geval van een  $p$ -deelbare groep met een ringwerking en op het geval waarin we een hoofdpolarisatie hebben.

In het tweede deel van dit proefschrift (hoofdstuk 6) houden we ons bezig met de Kummerafbeelding en  $p$ -descent op elliptische krommen. Klassiek is 2-descent de meest gebruikte methode om een bovengrens te bepalen van de rang van de Mordell-Weil groep van een elliptische kromme  $E$  over een getallenlichaam  $K$ . In sommige gevallen maakt de 2-torsie van de Tate-Shafarevich groep het moeilijk om de rang precies te bepalen.

Men zou dan een priemgetal  $p > 2$  willen gebruiken in het afdalingsproces, mits men weet dat de Kummerafbeelding nog steeds injectief is. In dit hoofdstuk bewijzen wij dat dit het geval is wanneer de kromme  $E$  geen rationale  $p$ -isogenie heeft over  $K$ . Dit maakt het mogelijk om  $p$ -descent toe te passen in deze gevallen. Ook beschrijven wij met standaardmethoden de lokale beelden van de Kummerafbeelding en geven een voorbeeld ter illustratie.