

Samenvatting

Deze samenvatting is voor een groot deel gebaseerd op [37].

De wens de theorieën van heelal en atoom bij elkaar te brengen geeft al enige tijd vorm aan een aanzienlijk deel van de moderne theoretische fysica. Het zijn twee theorieën die mathematisch geen verband met elkaar lijken te hebben – en vooralsnog elkaar misschien zelfs uitsluiten. Toch is men op zoek naar een eenduidige beschrijving van de natuur zoals zij zich zou gedragen bij energieën (orde 10^{22} MeV) waar het onderscheid tussen zwart gat en elementair deeltje verdwijnt. Zowel quantum- als gravitatie-effecten kunnen bij zulke hoge energieën niet verwaarloosd worden en dus zal deze theorie waarschijnlijk karakteristieke elementen van de quantummechanica en de relativiteitstheorie moeten bevatten. In de juiste limiet zou ze deze theorieën moeten reproduceren.

In de jaren zeventig werd al vrij snel duidelijk dat een gequantiseerde veldentheorie van de zwaartekracht, geformuleerd op de manier waarop ook de kerninteracties tussen kerndeeltjes beschreven worden, niet de gewenste theorie kon zijn. Dit model bleek niet renormeerbaar te zijn, dat wil zeggen: de wiskundige methoden uit de veldentheorie om oneindigheden uit fysische voorspellingen te weren, zullen in deze theorie tekortschieten. In de snaartheorie, die in deze periode voor het eerst geformuleerd werd, is niet het puntdeeltje maar de snaar het fundamentele object, waardoor de divergenties vermeden kunnen worden. Snaren verschillen van puntdeeltjes in die zin dat ze uitgestrekt zijn over één dimensie.

Een tweede probleem voor een quantumveldentheorie van gravitatie is dat er volgens de klassieke theorie van Einstein objecten bestaan met een horizon: zwarte gaten. Wanneer iemand in een zwart gat valt, is de horizon de laatste plaats van waaruit hij een noodkreet kan slaken die ons zal bereiken. Voorbij de horizon is geen teugkeer mogelijk. Dit althans volgens Einstein, want in 1974 ontdekte Stephen Hawking dat quantummechanica ervoor zorgt dat deze zwarte gaten straling van een zeer lage frequentie uitzenden. De straling dankt zijn bestaan aan de horizon, die de ter plaatse zijnde deeltjes en anti-deeltjes – die in paren uit het vacuum ontstaan – van elkaar scheidt; de anti-deeltjes vallen in het gat, terwijl de vrijkomende deeltjes de Hawkingstraling vormen. Hawkingstraling is dus een quantumeffect waarbij de zwaartekracht direct betrokken is. Merkwaardig is dat het spectrum van deze straling thermisch is. Er is geen eenduidige golf functie te bedenken die de toestand van de straling beschrijft, aldus Hawking. Wanneer een zuivere golf functie implodeert tot een zwart gat, dat daarna thermisch gaat stralen, zal het systeem vervolgens alleen te beschrijven zijn met een dichtheidsmatrix. Deze situatie handhaaft zich als het zwarte gat volledig verdampt is, dan resteert immers

niets dan thermische straling.

Dit lijkt een voorbeeld van een niet-unitaire evolutie, een meer algemene evolutie dan we kennen uit Schrödingers vergelijking, want blijkbaar maakt het zwarte gat het mogelijk dat een zuivere toestand overgaat in een gemengde toestand. Om het anders te zeggen: het zwarte gat vernietigt informatie. Bovenop de onzekerheid van Heisenberg kan nu ook niet meer voorspeld worden wat de toekomst van een zuivere toestand is (stel dat-ie tegen een zwart gat botst...). Dit bracht Hawking tot de conclusie dat alleen al de aanwezigheid van een horizon de wetten van de quantummechanica schendt: een beschrijving van een wereld met zwaartekracht (en dus met de mogelijkheid om horizons te hebben) is alleen mogelijk met toestandsmatrices.

Maar hebben we hier niet gewoon met een thermodynamische limiet te maken? Een limiet waarbij bepaalde interacties op microniveau over het hoofd gezien worden, zodat we wel bij een niet-unitaire evolutie uit moeten komen? Deze mogelijkheid is inderdaad nog steeds open, het is alleen moeilijk na te gaan waar precies in Hawkings berekening een middelingsprocedure is uitgevoerd. Hij lijkt van twee fundamentele theorieën te zijn uitgegaan, zonder dat er sprake is van het verwaarlozen van belangrijke wisselwerkingen. Toch heeft met name 't Hooft de laatste jaren getracht de vinger te leggen op datgene wat Hawking veronachtzaamd heeft.

Vrijwel alle beschrijvingen van zwarte gaten gaan ervan uit dat de entropie van het gat te identificeren is met de oppervlakte van zijn horizon. Snaartheorie heeft als enige deze entropieformule uit een microscopische beschrijving weten af te leiden.

Snaartheorie is een theorie die zwaartekracht met quantummechanica tracht te verenigen door aan te nemen dat verschillende deeltjes trillingstoestanden zijn van een fundamentele snaar. Oorspronkelijk is snaartheorie ontstaan als een poging om te verklaren waarom quarks dicht op elkaar kunnen zitten. Alleen kwam men er al gauw achter dat de snaren bij veel hogere energieën moeten leven dan we in onze versnellers kunnen bereiken. In het spectrum van de snaren zit bijvoorbeeld ook het graviton, dat alleen zichtbaar is bij de Planckenergie.

De theorie bevatte niet alleen het graviton; zij voorspelde ook een deeltje waar men van af wilde, het tachyon: een deeltje dat zich sneller dan het licht voortbeweegt. De aanname van supersymmetrie, die deeltjes van verschillende spin aan elkaar relateert, elimineert dit deeltje uit het spectrum. Ook reduceert deze symmetrie het aantal dimensies van de theorie van 26 naar 10. Deze 10 dimensies zouden dan zo opgerold zijn dat onze vierdimensionale wereld overblijft, maar met welk mechanisme dit precies gebeurt, is nog steeds een open vraag. Recent heeft men begrepen dat een zeer interessante mogelijkheid ontstaat als men aaneemt dat de extra dimensies groot zijn (dus niet opgerold), maar een bijzondere geometrie hebben. Dit soort scenario's heten "warped compactifications", kromgetrokken compactificaties of simpelweg gekromde compactificaties.

In snaartheorie bestaat een zwart gat uit p -branen. Dit zijn meer-dimensionale objecten waar snaren op kunnen eindigen (de p slaat op de dimensie: een punt deeltje is dus een 0-braan, een snaar is een 1-braan, een membraan is een 2-braan, etc.). In de limiet waarbij de massadichtheid van de snaren die op de branen vastgepind zijn naar oneindig gaat, terwijl hun massa constant blijft (ze worden dus uiterst kort), heeft de geometrie in de buurt van de braan de vorm van een zogenaamde anti-de Sitter ruimte (AdS): een lege ruimte waar de kosmologische constante negatief is (een contraherend heelal dus).

De braan kan gezien worden als de rand van het anti-de Sitter heelal. Het verband van Maldacena zegt dat een veldentheorie die op de braan gedefinieerd is equivalent is met snaartheorie in de anti-de Sitter ruimte.

Voor lage energieën reduceert de snaartheorie tot de relativiteitstheorie van Einstein. Er is dus sprake van een identificatie tussen Einsteins gravitatie-theorie in een contraherend heelal en een quantummechanische theorie op de vlakke rand van dit heelal. Met andere woorden, de variabelen die de zwaartekracht beschrijven kunnen op zo'n manier met elkaar gecombineerd en opgeschreven worden dat ze een quantummechanische veldentheorie beschrijven. Men spreekt dan ook over een “woordenboek” die de twee theorieën aan elkaar relateert: als je de elementaire bouwstenen van de ene theorie weet, dan kun je ook door gebruik te maken van dit woordenboek een vertaling maken naar de variabelen in de andere theorie. Het handige van Maldacena's voorstel is dat berekeningen die in de veldentheorie moeilijk zijn, nu eenvoudiger berekend kunnen worden door ze in snaartheorie in AdS uit te voeren, en vice versa. Op deze manier kan de ene theorie voorspellingen doen over de fysica van de andere theorie.

Op het eerste gezicht lijkt het verband te gek om waar te kunnen zijn. Er worden twee theorieën aan elkaar gerelateerd die in verschillende dimensies leven, zoals een Yang-Millstheorie (de theorie van quarks is ook een Yang-Millstheorie) in vier dimensies en snaartheorie in tien dimensies. Bovendien bevat snaartheorie gravitatie terwijl de andere theorie op een vlakke ruimte leeft. In 1993 stelde 't Hooft dat een van de kenmerken van een theorie van quantumgravitatie moet zijn dat het aantal dimensies gereduceerd wordt. Zo zou het oppervlak van de horizon van een zwart gat alle informatie bevatten over wat zich in het volume binnen de horizon afspeelt. Het is dus niet verbazingwekkend dat de entropie, die een maat is voor de informatie die schuilgaat in een zwart gat, evenredig is met de oppervlakte en niet met het volume van het gat. Een theorie op de horizon van een gat zou dan opgevat kunnen worden als een holografische projectie van de theorie die nodig zou zijn om de fysica achter de horizon te kunnen beschrijven. Het verband van Maldacena (ook AdS/CFT-verband genaamd, CFT staat voor de “conformal field theory” op de rand) stelt nu dat de informatie bevat door snaartheorie in de anti-de Sitter-ruimte evengoed weergegeven kan worden door een veldentheorie op de rand van zo'n ruimte. Het voorstel van Maldacena is dus ook een voorbeeld van een holografische theorie. Het begrijpen van hoe en waarom dit principe werkt is daarom een uiterst belangrijke kwestie.

Holografie is echter niet alleen in snaartheorie aanwezig. Toch zijn er behalve het AdS/CFT verband van Maldacena niet veel meer voorbeelden van holografische theorieën. Een van deze voorbeelden betreft de eigenschappen van deeltjes die in de buurt van een zwart gat wisselwerken. Voor het beschrijven van deze deeltjes kan men volstaan met de zogenaamde eikonale benadering. In deze benadering wordt aangenomen dat deeltjes frontaal en op extreem hoge energieën tegen elkaar botsen. Kenmerkend voor dit soort botsingen is dat de zwaartekracht de dominante kracht wordt, en alle andere krachten verwaarloosd kunnen worden. 't Hooft heeft aangetoond dat de theorie die men in deze benadering krijgt, een 2-dimensionale theorie is. E. en H. Verlinde hebben laten zien dat dit resultaat begrepen kan worden vanuit een vereenvoudiging van het actieprincipe dat deze wisselwerkingen beschrijft. In het eikonale regime is de typische longitudinale lengteschaal (langs de as van de bosting) klein, van de orde van de Plancklengte, terwijl de transversale fluctuaties veel groter zijn en processen in deze

richting veel langzamer verlopen. In deze benadering kan men dan laten zien dat de theorie van Einstein tot een topologische theorie reduceert. E. en H. Verlinde hebben ook aangetoond dat de amplitudes die men met deze theorie krijgt, overeenkomen met de door 't Hooft eerder verkregen resultaten. Een van de interessante eigenschappen van de theorie op de rand is dat de coördinaten tussen verschillende deeltjes niet-commutatief zijn.

Dit proefschrift richt het vizier op een aantal holografische eigenschappen van zowel klassieke als quantumgravitatie en snaartheorie.

In hoofdstuk 2 van dit proefschrift bestuderen we diverse eigenschappen van het model van 't Hooft, zoals covariantie. We laten zien dat het mogelijk is de transversale effecten mee te nemen, die in de eikonale benadering verwaarloosd worden. Dit geeft een interessante niet-commutatieve algebra tussen operatoren. In 2+1 dimensies kan men bovendien laten zien dat het meenemen van transversale effecten equivalent is met het covariant formuleren van de theorie. We hebben de implicaties van de zwaartekracht voor de tweede quantisatie van deeltjes bestudeerd, en gevonden dat ook velden die veel deeltjes beschrijven niet-commutatief worden, dat wil zeggen, de volgorde waarin deze fysische grootheden gemeten worden maakt uit, op dezelfde wijze als in de gewone quantummechanica metingen van plaats en impuls elkaar beïnvloeden. Dit komt overeen met eerdere resultaten van E. en H. Verlinde in de context van zwarte gaten, maar het mechanisme waardoor de niet-commutativiteit ontstaat is verschillend.

De onderliggende motivatie voor het werk gepresenteerd in hoofdstuk 3 is dat men graag de holografisch duale theorieën van 't Hooft en van Maldacena met elkaar zou willen vergelijken. Dit lijkt belangrijk voor een goed begrip van beide theorieën. Het ligt daarom voor de hand om het eikonale regime van gravitatie te beschouwen in ruimtes met een negatieve kosmologische constante. In dat hoofdstuk wordt een veralgemenisering gegeven van de afleiding van E. en H. Verlinde dat gravitatie in de eikonale limiet topologisch wordt. We hebben gevonden dat de theorie van Einstein met willekeurige waarde van de kosmologische constante inderdaad topologisch is in de eikonale limiet. De oplossingen van de theorie op de rand zijn ook gerelateerd aan de schokgolven gevonden door Horowitz en Itzhaki. Het zou zeer interessant zijn als een expliciet verband gelegd zou kunnen worden tussen de zogenaamde “lichtkegel toestanden” die dual zijn aan een schokgolf in AdS, en de duale theorie die wij in dit proefschrift bespreken.

In hoofdstuk 4 bestuderen we holografie in het AdS/CFT verband. We scherpen het bovengenoemde “woordenboek” tussen de twee theorieën aan. We laten zien op welke manier de informatie over de geometrie van de anti-de Sitter ruimte en de andere velden die erop leven, gecodeerd is in de CFT op de rand van AdS. We ontwikkelen ook een systematische methode om de actie te regulariseren en te renormeren.

Deze resultaten worden gebruikt in hoofdstuk 5, waar we gekromde compactificaties bestuderen. We laten zien dat de $(d+1)$ -dimensionale Einstein vergelijkingen samen met een verbindingsvoorwaarde de d -dimensionale Einstein vergelijkingen op de braan opleveren met een specifieke energie-impulstensor. Dit resultaat is geldig voor willekeurige waarde van de kosmologische constante. Voor ruimtes die asymptotisch AdS zijn, is de waarde van deze energie-impulstensor gelijk aan de energie-impulstensor op de braan plus die van een CFT die op de braan leeft. Door de resultaten van hoofdstuk 4 toe te passen krijgen we ook specifieke voorspellingen voor de hogere-orde correcties op de Einsteinvergelijkingen.

De afgelopen jaren zijn er snelle ontwikkelingen gekomen op het gebied van holografie en hebben we veel meer inzicht gekregen in dit kennelijk fundamentele beginsel. Toch hebben we nog geen antwoord op vragen zoals: wat is de onderliggende reden waarom de dualiteit werkt? Hoe kan causaliteit gerespecteerd worden bij de projectie van een $(d+1)$ -dimensionale naar een d -dimensionale theorie en welke rol speelt de zwaartekracht hierin? Naast deze fundamentele vragen zijn er uiteraard nog veel open vragen van meer technische aard. Het is duidelijk dat veel meer onderzoek nodig is om al deze vragen naar tevredenheid te beantwoorden.