

Samenvatting

In dit hoofdstuk wordt een samenvatting gegeven van de inhoud van dit proefschrift. De inleiding van deze samenvatting is bedoeld voor de leek. Het tweede gedeelte van de tekst is wat technischer van aard en is gedeeltelijk gebaseerd op H.T.C. Stoof en R.A. Duine, *Nederlands Tijdschrift voor Natuurkunde* **69**, 286 (2003).

Inleiding

In de wereld die wij dagelijks met het blote oog waarnemen, wordt de beweging van voorwerpen beschreven door de zogenaamde wetten van de klassieke mechanica. Deze wetten werden in 1687 opgesteld door Newton, vandaar dat men ook wel spreekt van de Newtoniaanse mechanica. In het begin van de twintigste eeuw bleek echter dat verschijnselen die zich op de schaal van de afmeting van het atoom afspelen, niet meer juist door de klassieke mechanica beschreven worden. Voor een correcte beschrijving van fysische verschijnselen op deze schaal dient men zich te beroepen op de quantummechanica. Deze werd ontwikkeld door de grote natuurkundigen van het begin van de vorige eeuw, zoals Planck, Bohr, Fermi, Heisenberg, Pauli, Schrödinger en Dirac.

Volgens de quantummechanica hebben atomen niet alleen een deeltjes-karakter, zodat je met behulp van de wetten van Newton kunt zeggen wat hun precieze snelheid en plaats op een gegeven tijdstip is, maar hebben ze ook een golfachtig karakter. Dit heeft enkele belangrijke implicaties. Allereerst houdt dit golfachtige karakter concreet in dat atomen beschreven worden door een golf functie, die gerelateerd is aan de waarschijnlijkheid om een deeltje op een bepaalde plaats aan te treffen. In tegenstelling tot Newton's klassieke mechanica is het met de quantummechanica dus alleen mogelijk om kansen uit te rekenen. Voorts volgt uit het golfachtige karakter dat deeltjes zich alleen in bepaalde toestanden kunnen bevinden. Denk hierbij bijvoorbeeld aan een trillende snaar wat een voorbeeld van een golf is. Als deze aan beide uiteinden vastgeklemd is kan hij alleen trillen met een golflengte zodanig dat de totale lengte van de snaar een geheel veelvoud is van een halve golflengte van de trilling. Het blijkt dat de verschillende toestanden corresponderen met verschillende energien

van het atoom, zodat de energie van het atoom gequantiseerd is, en dus niet elke willekeurige waarde kan aannemen. Dit geldt ook voor andere fysische grootheden zoals snelheid en plaats, vandaar de naam quantummechanica of quantumtheorie.

Het blijkt dat de breedte van het golfpakketje dat het atoom beschrijft gerelateerd is aan de temperatuur. Hoe hoger de temperatuur hoe kleiner deze breedte, zodat de deeltjes zich bij kamertemperatuur, wat naar atomaire begrippen correspondeert met een zeer hoge temperatuur, gedragen als puntdeeltjes. Bij lage temperatuur wordt de positie van de atomen steeds verder “uitgesmeerd”. Men kan zich nu voorstellen dat bij een bepaalde relatief hoge dichtheid de breedte van zo’n golfpakketje groter is dan de gemiddelde afstand tussen de atomen. Als dit gebeurt in een gas van identieke atomen worden alle atomen dus beschreven door één golf functie en zijn de atomen fundamenteel ononderscheidbaar van elkaar. Afhankelijk van het type atoom kunnen er nu, als we de temperatuur nog verder verlagen, twee dingen gebeuren.

Als we te maken hebben met zogenaamde bosonische atomen zal een groot deel van de atomen bij een bepaalde lage temperatuur in de één deeltjes quantumtoestand met de laagste energie gaan zitten. Dit verschijnsel noemen we Bose-Einstein-condensatie, naar de Indiase natuurkundige Bose en de Duitse natuurkundige Einstein die dit verschijnsel in 1924 voorspelden, en de atomen in de laagste energietoestand vormen een zogenaamd Bose-Einstein-condensaat. De reden dat bosonen zo’n condensaat vormen is dat in een gas van bosonen, bijvoorbeeld bosonische atomen, elke energietoestand een willekeurig aantal bosonen kan bevatten. Er is geen bovengrens aan dit aantal en daarom zal, bij lage temperatuur corresponderend met weinig energie, een groot deel van deze atomen in de toestand gaan zitten die de minste energie kost. In zo’n Bose-Einstein-condensaat gedragen alle atomen zich volledig identiek en vormen zo dus een groot “superatoom”. Dit verschijnsel is sterk gerelateerd aan laserlicht, dat veel belangrijke toepassingen heeft in het dagelijkse leven. In een bundel laserlicht doen alle lichtdeeltjes, de fotonen, precies hetzelfde, en vormen zo ook een soort Bose-Einstein-condensaat.

Er blijkt in de natuur nog een tweede soort atoom voor te komen, het fermionische atoom. In tegenstelling tot bosonen kunnen twee identieke fermionen niet dezelfde toestand opvullen. In een gas van identieke fermionische atomen kan elke energietoestand hoogstens één atoom bevatten. Populair gezegd zijn bosonen “sociale” deeltjes terwijl fermionen de “asociale” deeltjes zijn. Het blijkt dat elk deeltje dat voorkomt in de natuur ofwel een fermion ofwel een boson is.

In een gas van fermionische atomen die elkaar onderling aantrekken kunnen bij een bepaalde lage temperatuur twee atomen uit het gas samenbinden tot een zogenaamd Cooper-paar. Volgens de quantummechanica gedragen twee fermionen zich als een boson, en dus kunnen deze Cooper-paren condenseren en een Bose-Einstein-condensaat vormen. Dit verschijnsel ligt ten grondslag aan supergeleiding van elektrisch stroom door bepaalde materialen bij lage temperatuur, waar de elektronen, die

behoren tot de klasse van fermionen, in het geleidingsmateriaal zulke Cooper-paren vormen.

Uit het bovenstaande zal het duidelijk zijn dat een ultrakoud atomair gas een uniek systeem is voor het bestuderen van quantummechanische verschijnselen. Een andere belangrijke reden hiervoor is dat bijna alle fysische parameters van dit systeem experimenteel in te stellen zijn. Een nieuwe ontwikkeling in dit verband is dat zelfs de interacties tussen de atomen in het gas gevarieerd kunnen worden. Dit heeft zeer recentelijk geleid tot de experimentele observatie van quantumoscillaties tussen atomen en moleculen. In dit proefschrift wordt een theoretische aanpak behandeld voor de beschrijving van atomaire gassen van bosonische atomen met variabele interacties, en wordt de laatstgenoemde experimentele waarneming in detail theoretisch besproken.

Experimenten

Alhoewel het optreden van Bose-Einstein condensatie al in het begin van de vorige eeuw theoretisch voorspeld werd, duurde het tot het eind van de vorige eeuw voor dit verschijnsel experimenteel gerealiseerd werd in een gas van koude atomen. Het onderzoek aan ultrakoude atomaire gassen heeft na deze eerste experimentele realisatie van een Bose-Einstein-condensaat van atomen in 1995 een stormachtige groei doorgemaakt. De drie personen die deze enorme groei in belangrijke mate hebben mogelijk gemaakt, Eric Cornell, Wolfgang Ketterle en Carl Wieman, ontvingen hiervoor dan ook in 2001 de Nobelprijs voor de fysica. Ook op dit moment volgen nieuwe ontwikkelingen zich in een hoog tempo op.

Naast verschillende exotische Bose-Einstein-gecondenseerde gassen, staan momenteel in het bijzonder ook Fermi-gassen — d.w.z. gassen bestaande uit fermionische atomen — en ultrakoude atomen in een optisch rooster sterk in de belangstelling. Deze optische roosters zijn periodieke structuren, gemaakt met behulp van twee of meer met elkaar interfererende laserbundels, waarin de atomen gevangen worden. Een belangrijke motivatie voor het onderzoek aan atomaire Fermi-gassen is, zoals we reeds gezien hebben, de theoretische voorspelling dat in een dergelijk gas, net als in een supergeleidend metaal, een Bose-Einstein-condensatie van Cooper-paren tot stand kan worden gebracht. Atomen in een optisch rooster worden daarentegen onder andere bestudeerd vanwege het mogelijke belang voor het bouwen van een quantumcomputer. Zo'n computer zou theoretisch gezien vele malen krachtiger zijn dan de huidige computers.

In de hierboven genoemde voorbeelden spelen de interacties tussen de atomen in het gas een cruciale rol. Voor het vormen van Cooper-paren bij experimenteel haalbare temperaturen is het noodzakelijk dat de atomen elkaar in voldoende mate aantrekken. Bij het gebruik van optische roosters voor een quantumcomputer is het

echter nodig dat de atomen elkaar sterk afstoten. Het is voor dit soort toepassingen daarom zeer wenselijk dat de interacties tussen atomen naar wens ingesteld kunnen worden. Dit is mogelijk met behulp van een zogenaamde Feshbach-resonantie. Na het inleidende eerste hoofdstuk wordt in hoofdstuk 2 van dit proefschrift uitgebreid besproken wat een Feshbach-resonantie is. In hoofdstuk 3 wordt een effectieve veeldeeltjes theorie ontwikkeld die geschikt is voor de beschrijving van Bose gassen met een Feshbach-resonantie. In hoofdstuk 4 en 5 wordt deze theorie verder uitgediept en toegepast op respectievelijk de niet-gecondenseerde en de gecondenseerde fase van het gas. In hoofdstuk 6 wordt de theorie toegepast om tot een gedetailleerd theoretisch begrip te komen van de recentelijk experimenteel waargenomen atoom-molecuul oscillaties. We eindigen in hoofdstuk 7 met een korte discussie van een aantal interessante verschijnselen die met de in dit proefschrift ontwikkelde theoretisch aanpak in de toekomst bestudeerd kunnen worden. In het vervolg van deze samenvatting worden een aantal belangrijke resultaten nader belicht.

Feshbach-resonanties

In zijn algemeenheid treedt een resonantie op wanneer twee atomen tijdens een botsing voor enige tijd een molecuul kunnen vormen. Een resonantie kenmerkt zich door een piek in de werkzame doorsnede als functie van de energie, gecentreerd rond de moleculaire bindingsenergie. Het cruciale punt van een Feshbach-resonantie is dat dit molecuul een magnetisch moment heeft dat niet gelijk is aan twee keer het magnetisch moment van het atoom. Ten gevolge van de Zeeman-interactie van het magnetisch moment met het aangelegde magneetveld kan dus met behulp van een extern magneetveld het energieverval tussen het molecuul en de twee atomen beïnvloed worden, en daarmee ook rechtstreeks de interacties tussen de atomen. Dit is geïllustreerd in figuur 1.1 in hoofdstuk 1. In theorie kan met een Feshbach-resonantie de interactie tussen twee atomen op elke willekeurige waarde ingesteld worden. Dus van zeer sterk aantrekkend tot zeer sterk afstotend. In de praktijk zijn er echter enige beperkingen. Deze worden veroorzaakt doordat heel dicht bij de resonantie het molecuul dat tijdens de botsing gevormd wordt, heel erg groot is. Deze grootte schaalt ruwweg met de inverse van het verschil tussen het aangelegde magneetveld en de resonante waarde van het magneetveld. Dicht bij resonantie is er dus een relatief grote kans dat dit molecuul een derde atoom in het gas tegen komt, dat de noodzakelijke energie kan opnemen om het, in eerste instantie slechts virtueel aanwezige, molecuul ook daadwerkelijk te vormen. Het netto-effect is dus dat, door een botsing van drie atomen, een molecuul en een relatief heet atoom met extra kinetische energie gevormd worden. Dit zogenaamde drie-deeltjesrecombinatieproces leidt dus tot een verlies van atomen en daardoor tot een ongewenst korte levensduur van het atomaire gas. Bovendien kan het gas hierdoor opgewarmd worden, wat ook niet wenselijk is.

Ondanks dit probleem is er voor de experimentatoren voldoende speelruimte om de interacties tussen de atomen in hoge mate te manipuleren, zoals we nu zullen zien.

Ramsey-experiment

De meest unieke eigenschap van de quantummechanica is dat een quantumstelsel zich in een superpositie van twee volkomen verschillende toestanden kan bevinden. Als ook de energieën van die twee toestanden van elkaar verschillen, dan is de fysische betekenis van een dergelijke superpositie dat de toestand van het systeem sinusoidaal in de tijd zal oscilleren van de ene toestand naar de andere toestand. De frequentie van deze oscillatie is gelijk aan $|E_1 - E_2|/h$, waarbij E_1 en E_2 de energieën van de twee toestanden zijn en h de constante van Planck is. In de atoomfysica worden dit soort oscillaties meestal Rabi-oscillaties genoemd. Een zeer actueel voorbeeld van dit fenomeen zijn de zogenaamde neutrino-oscillaties, die een gevolg zijn van het feit dat de massa's, en daarmee de energie, van het elektron- en het tau-neutrino niet aan elkaar gelijk zijn. In de buurt van een Feshbach-resonantie verwachten we dus dat het mogelijk moet zijn om Rabi-oscillaties tussen een toestand bestaande uit twee atomen en een molecuul waar te nemen. De gewenste lineaire superpositie wordt in dit geval gemaakt door een snelle "puls" met het magneetveld te maken. Dat wil zeggen dat het magneetveld van een bepaalde beginwaarde snel dicht bij de resonantiewaarde wordt gebracht, daar enige tijd wordt vastgehouden, en dan snel weer terug naar een variabele eindwaarde wordt gebracht. Aangezien het energieverschil tussen de atomen en het molecuul van deze eindwaarde van het magnetisch veld zullen afhangen, kunnen we zo de oscillatiefrequentie als functie van het magneetveld meten. Deze frequentie wordt bepaald door het aantal atomen als functie van de tijd te meten. De dichtheid van de atomen en hun aantal is meetbaar door het gas te beschijnen met licht met een golflengte zodanig dat er een grote kans is dat het licht geabsorbeerd wordt door de atomen. De gevormde moleculen zijn niet direct waarneembaar met deze methode.

Alhoewel er slechts een puls in het magneetveld nodig is om de atoom-molecuul-oscillaties te bestuderen, is het om technische redenen nauwkeuriger om het experiment met twee pulsen uit te voeren, waarbij de Rabi-oscillaties dan plaatsvinden als functie van de tijd tussen de twee pulsen. Dit staat bekend als een Ramsey-meting. De reden voor de tweede puls is dat met deze puls de amplitude van de oscillatie van het aantal atomen vergroot wordt, waardoor de frequentie nauwkeuriger te bepalen is.

Josephson-oscillaties

Het resultaat van deze metingen is weergegeven in figuur 6.6 in hoofdstuk 6 van dit proefschrift. Voor een magneetveld ver van de resonantie komt het experimentele resultaat inderdaad precies overeen met de formule $|E_1 - E_2|/h$, die uitgezet is met behulp van de gestippelde lijn. Voor magneetvelden dicht bij de resonantie, die zich bevindt bij een magneetveld van 155 Gauss, zien we echter dat er een substantiële afwijking van dit verwachte resultaat optreedt. De reden hiervoor is dat deze experimenten uitgevoerd zijn met een Bose-Einstein-condensaat van atomen. De Rabi-oscillaties treden daardoor niet op tussen twee atomen en één molecuul, maar tussen een Bose-Einstein-condensaat van atomen en een Bose-Einstein-condensaat van moleculen. Het is derhalve beter de oscillaties Josephson-oscillaties te noemen — de gebruikelijke term voor Rabi-oscillaties tussen twee condensaten — die bekend zijn van experimenten met twee supergeleidende metalen gekoppeld door een Josephson-junctie. De getrokken lijn geeft het resultaat voor deze Josephson-oscillaties, zoals die verkregen is met behulp van onze quantumveldentheorie voor de beschrijving van een atomair Bose-gas in de buurt van een Feshbach-resonantie. Dit resultaat is verkregen zonder gebruik te maken van vrije parameters en is in perfecte overeenstemming met de experimenten.

Toekomst

Gezien het bovenstaande succes lijkt het gerechtvaardigd om onze theorie ook toe te passen op andere interessante problemen. Een van deze problemen hebben we hierboven al genoemd en betreft de Bose-Einstein-condensatie van Cooper-paren. Van groot belang in dit verband is een nauwkeurige voorspelling van de kritieke temperatuur waaronder dit verschijnsel zich zal afspelen. De reden voor dit belang is dat het afkoelen van een atomair Fermi-gas veel moeilijker is dan dat van een atomair Bose gas. Wil de Bose-Einstein-condensatie van Cooper-paren dus experimenteel waargenomen gaan worden, dan moet deze kritieke temperatuur voldoende hoog zijn.

Een ander interessant probleem is het maken van ultrakoude moleculen, en uiteindelijk ook een Bose-Einstein-condensaat van moleculen. Dit lijkt nu voor het eerst gerealiseerd te kunnen worden, door het externe magneetveld voldoende langzaam door een Feshbach-resonantie heen te schuiven. Gezien het sterke niet-evenwichtskarakter van dit proces, en het feit dat we op resonantie altijd met een sterk-wisselwerkend gas te maken hebben, is ook dit een theoretisch zeer uitdagend onderwerp dat we in de toekomst hopen aan te pakken.